

4 TD 4. Probabilité conditionnelle et indépendance

Rappels du cours

1. Formule de calcul de la probabilité conditionnelle $P(A|B)$;
2. Règle de la multiplication ;
3. Formule des probabilités totales ;
4. Formule de Bayes ;
5. Événements indépendants.

Exercice 4.1: On jette deux dés. Quelle est la probabilité que qu’au moins un d’entre eux montre 6, sachant que les deux résultats sont différents ?

Exercice 4.2: On jette deux dés. Quelle est la probabilité que le premier montre 6, sachant que la somme des deux vaut i . Calculer le résultat pour toutes les valeurs de i comprises entre 2 et 12.

Exercice 4.3: Le roi vient d’une famille de 2 enfants. Quelle est la probabilité que l’autre enfant soit une soeur ?

Exercice 4.4: Un couple a deux enfants. Quelle est la probabilité que les deux soient filles sachant que l’aînée en est une ?

Exercice 4.5: Dans une ville, 36% des familles possèdent un chien et 22% de celles que ont un chien possèdent aussi un chat. De plus, 30% des familles possèdent un chat. Quelle est

- (a) La probabilité qu’une famille sélectionnée au hasard possède un chien et un chat ?
- (b) La probabilité conditionnelle qu’une famille possède un chien sachant qu’elle a un chat ?

Exercice 4.6: 46% des électeurs d’une ville se déclarent indépendants alors que 30% se déclarent libéraux et 24% conservateurs. Lors d’une récente élection locale, 35% des indépendants, 62% des libéraux et 58% des conservateurs ont voté. Un électeur est choisi au hasard. Sachant qu’il a voté, quelle est la probabilité qu’il soit (a) indépendant, (b) libéral, (c) conservateur ? (d) Quelle fraction d’électeurs ont participé à l’élection ?

Exercice 4.7: Une compagnie d’assurance répartit les gens en trois classes : personnes à *bas risque*, *risque moyen* et *haut risque*. Ses statistiques indiquent que la probabilité que des gens soient impliqués dans un accident sur une période d’un an est 0,05 pour les personnes à bas risque, 0,15 pour les personnes à risque moyen et 0,30 pour les personnes à haut risque. On estime que 20% de la population est à bas risque, 50% est à risque moyen et 30 % est à haut risque.

- (a) Quelle proportion des gens ont un accident ou plus au cours d’une année donnée ?
- (b) Si l’assuré A n’a pas eu d’accident sur l’année, quelle est la probabilité qu’il fasse partie de la classe à bas risque (à moyen risque) ?

Exercice 4.8: La couleur des yeux d’une personne est déterminée par une unique paire de gènes. Si les deux sont des gènes “yeux bleus”, la personne aura les yeux bleus ; si les deux gènes sont des gènes “yeux marrons”, la personne aura les yeux marrons ; si l’un est un gène “oeil bleu” et l’autre un “gène oeil marron”, la personne aura les yeux marrons. (À cause du fait que le gène “oeil marron” est dominant

par rapport au gène “œil bleu”.) Un nouveau-né reçoit indépendamment un gène “œil” de chacun de ses parents et le gène qu’il reçoit d’un de ses parents a autant des chances d’être l’un des deux gènes de ce parent. Supposons que Thomas et ses deux parents ont les yeux marrons, mais que la soeur de Thomas a les yeux bleus.

(a) Quelle est la probabilité que Thomas ait un gène “œil bleu” ?

Supposons que la femme de Thomas a les yeux bleus.

(b) Quelle est la probabilité que leur premier enfant ait les yeux bleus ?

(c) Si leur premier enfant a les yeux marrons, quelle est la probabilité que leur prochain enfant ait aussi les yeux marrons ?

Exercice 4.9: On dispose de 3 composants électriques C_1 , C_2 et C_3 dont les probabilités de fonctionnement sont de 0,9, 0,8 et 0,7 respectivement, et dont le fonctionnement est totalement indépendant les uns des autres. Donner la probabilité de fonctionnement du circuit :

(a) si les composants sont disposés en série.

(b) si les composants sont disposés en parallèle.

(c) si le circuit est mixte : C_1 est disposé en série avec le sous-circuit constitué de C_2 et C_3 en parallèle.

Exercice 4.10: Une urne contient 12 boules numérotées de 1 à 12. On en tire une au hasard, et on considère les événements suivants : A – “tirage d’un nombre pair”, B – “tirage d’un multiple de 3”. Les événements A et B sont-ils indépendants ? Reprendre la question avec une urne contenant 13 boules.