

Interrogation 01 – Classes de complexité

Aucun document n'est autorisé.

Nom et prénom :

Groupe :

Exercice 1.

1. Soit $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ et $L \in \text{DTIME}(f(n))$. Montrer que $\bar{L} = \Sigma^* - L$ est aussi dans $\text{DTIME}(f(n))$.

2. Y a-t-il de fonctions $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ qui sont, à la fois, $\mathcal{O}(n^2)$ et $\Omega(n^3)$? Justifier la réponse.

3. Soit $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$. Est-ce que $\text{DTIME}(f(n)) \subseteq \text{NTIME}(f(n))$? Justifier la réponse.

Exercice 2.

1. Donner la définition de P avec des mots.

2. Donner la définition formelle de EXP.

3. Montrer que le problème suivant est dans P :

Quatre ennemis

entrée : un graphe orienté $G = (V, E)$

question : le graphe G contient-il un ensemble V' de quatre sommets tels que aucune paire de sommets dans V' n'est relié par un arc ?

Exercice 3.

1. Donner la définition de NP avec des mots.

2. Donner la définition formelle de coNEXP.

3. Montrer que le problème suivant est dans NP :

Plus long chemin

entrée : un graphe orienté $G = (V, E)$ et un entier k

question : G contient-il un chemin *simple* (c'est-à-dire, sans jamais passer deux fois par le même arc) de longueur au moins k ?

Exercice 4.

Pour chacune des affirmations suivantes, cocher une case pertinente.

- | | | | |
|------------------------|-------------------------------|-------------------------------|--|
| 1. $NP \neq coNP$. | <input type="checkbox"/> vrai | <input type="checkbox"/> faux | <input type="checkbox"/> si je savais le démontrer je gagnerais 1 000 000 \$ |
| 2. $P \neq EXP$. | <input type="checkbox"/> vrai | <input type="checkbox"/> faux | <input type="checkbox"/> si je savais le démontrer je gagnerais 1 000 000 \$ |
| 3. $P \subsetneq NP$. | <input type="checkbox"/> vrai | <input type="checkbox"/> faux | <input type="checkbox"/> si je savais le démontrer je gagnerais 1 000 000 \$ |
| 4. $NP = NEXP$. | <input type="checkbox"/> vrai | <input type="checkbox"/> faux | <input type="checkbox"/> si je savais le démontrer je gagnerais 1 000 000 \$ |