

Introduction à l'informatique

Mise en route 2

Portail René Descartes
Luminy

Université d'Aix-Marseille

Plan du cours

1 Fondements scientifiques

2 Algorithmes

Fondements scientifiques

Plan du cours

1 Fondements scientifiques

2 Algorithmes

Fondements scientifiques

Informatique

- SCIENCE
- INGÉNIERIE et TECHNOLOGIE

Mais :

- Fondements de la science développés bien avant l'arrivée de la technologie moderne
- Quelles sont ces bases ? Quelles sont les questions ?

Fondements scientifiques

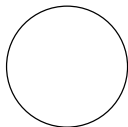
Quadrature du cercle

- Je vous donne **une règle** et **un compas**

Fondements scientifiques

Quadrature du cercle

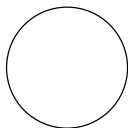
- Je vous donne **une règle** et **un compas**
- À l'aide de mon compas, je trace un cercle



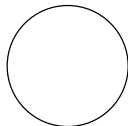
Fondements scientifiques

Quadrature du cercle

- Je vous donne **une règle** et **un compas**
- À l'aide de mon compas, je trace un cercle



- **Problème** : À l'aide de votre règle et de votre compas, tracez un carré qui a la même surface que mon cercle



Fondements scientifiques

Contextualisation

- En termes d'informatique :
 - Une entrée à un problème : le cercle
 - Un ensemble d'opérations élémentaires : reporter des distances avec le compas et tracer des droites avec la règle

Fondements scientifiques

Contextualisation

- ▶ En termes d'informatique :
 - ▶ Une entrée à un problème : le cercle
 - ▶ Un ensemble d'opérations élémentaires : reporter des distances avec le compas et tracer des droites avec la règle
- ▶ Peut-on résoudre le problème ?
 - Non (fin du XIX^{ème} siècle)

Fondements scientifiques

Contextualisation

- ▶ En termes d'informatique :
 - ▶ Une entrée à un problème : le cercle
 - ▶ Un ensemble d'opérations élémentaires : reporter des distances avec le compas et tracer des droites avec la règle
- ▶ Peut-on résoudre le problème ?
 - Non (fin du XIX^{ème} siècle)

Pilier n°1 de la science informatique

- ▶ Étant donné des entrées et des opérations élémentaires, peut-on calculer un résultat ?
 - problématique d'un informaticien
- ▶ **Il y a des choses qu'on peut calculer, d'autres non**

Fondements scientifiques

Un autre problème

- Je vous donne toujours **une règle** et **un compas**

Fondements scientifiques

Un autre problème

- Je vous donne toujours **une règle et un compas**
- À l'aide de mon compas, je trace un carré



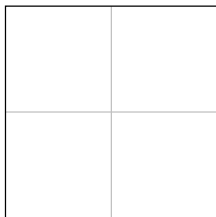
Fondements scientifiques

Un autre problème

- Je vous donne toujours **une règle et un compas**
- À l'aide de mon compas, je trace un carré



- **Problème** : À l'aide de votre règle et de votre compas, tracez un carré qui a 4 fois la surface du mien



Fondements scientifiques

Contextualisation 1

- Certains vont utiliser :
 - x_r fois la règle et x_c fois le compas → doublement de deux côtés adjacents du carré initial servant de support au tracé...
 - y_r fois la règle et y_c fois le compas → choix d'un sommet du carré initial comme barycentre puis positionnement de centres des côtés du nouveau carré...
 - z_r et z_c fois la règle et le compas avec une autre méthode

Fondements scientifiques

Contextualisation 1

- ▶ Certains vont utiliser :
 - ▶ x_r fois la règle et x_c fois le compas \longrightarrow doublement de deux côtés adjacents du carré initial servant de support au tracé...
 - ▶ y_r fois la règle et y_c fois le compas \longrightarrow choix d'un sommet du carré initial comme barycentre puis positionnement de centres des côtés du nouveau carré...
 - ▶ z_r et z_c fois la règle et le compas avec une autre méthode
- ▶ Combien d'opérations élémentaires sont utilisées pour répondre au problème ?

Fondements scientifiques

Contextualisation 1

- ▶ Certains vont utiliser :
 - ▶ x_r fois la règle et x_c fois le compas → doublement de deux côtés adjacents du carré initial servant de support au tracé...
 - ▶ y_r fois la règle et y_c fois le compas → choix d'un sommet du carré initial comme barycentre puis positionnement de centres des côtés du nouveau carré...
 - ▶ z_r et z_c fois la règle et le compas avec une autre méthode
 - ▶ Combien d'opérations élémentaires sont utilisées pour répondre au problème ?
-

Pilier n°2 de la science informatique

- ▶ Étant donné des entrées et des opérations élémentaires, en combien de temps peut-on calculer un résultat ?
→ problématique d'un informaticien
- ▶ Il y a des choses qu'on sait calculer efficacement, d'autres non

Fondements scientifiques

Contextualisation 2

- Certains vont utiliser :
 - uniquement la taille du carré à trouver
 - 2 fois sa taille
 - une feuille A4
 - ...

pour écrire les dessins intermédiaires

Fondements scientifiques

Contextualisation 2

- ▶ Certains vont utiliser :
 - ▶ uniquement la taille du carré à trouver
 - ▶ 2 fois sa taille
 - ▶ une feuille A4
 - ▶ ...

pour écrire les dessins intermédiaires

- ▶ Quelle place est utilisée pour répondre au problème ?

Fondements scientifiques

Contextualisation 2

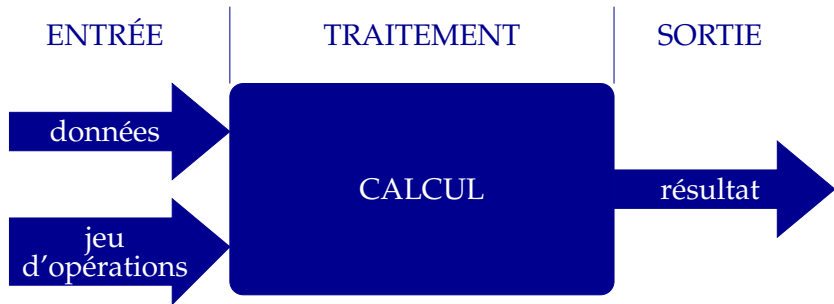
- ▶ Certains vont utiliser :
 - ▶ uniquement la taille du carré à trouver
 - ▶ 2 fois sa taille
 - ▶ une feuille A4
 - ▶ ...
- pour écrire les dessins intermédiaires
- ▶ Quelle place est utilisée pour répondre au problème ?

Pilier n°3 de la science informatique

- ▶ Étant donné des entrées et des opérations élémentaires, combien d'espace est utilisé pour calculer un résultat ?
- ▶ **Il y a des calculs qu'on sait mémoriser efficacement, d'autres non**

Fondements scientifiques

Résumé



Puis-je calculer ? → **CALCULABILITÉ**

En combien d'étapes ? → **COMPLEXITÉ EN TEMPS**

Avec quelle mémoire ? → **COMPLEXITÉ EN ESPACE**

Résumé

- Ces questions :
 - posées il y a longtemps
 - formalisées depuis le début du XXème siècle marquant le début de l'informatique "moderne"
 - Devenues réellement pertinentes avec l'arrivée des ordinateurs (vers 1950)

- Les ordinateurs :
 - répètent des traitements
 - stockent des résultats
 - très puissants
 - toujours plus rapides
 - avec toujours plus de mémoire

Malgré ça, ces questions demeurent centrales et le resteront

Fondements scientifiques

Principe de réalité

▸ Y a-t-il de vrais problèmes incalculables, indécidables ?

~→ **Oui, beaucoup même**

→ Un exemple : **le problème de l'arrêt**

Fondements scientifiques

Principe de réalité

- ▶ Y a-t-il de vrais problèmes incalculables, indécidables ?

↪ **Oui, beaucoup même**

→ Un exemple : **le problème de l'arrêt**

- ▶ Pourquoi s'embêter à évaluer la complexité d'un problème étant donné la puissance des machines ?

↪ **Il existe des solutions inutilisables pour toujours**

→ Un exemple : **le tri par calcul des permutations**

#Elts	# σ	Temps (3GHz)
20	$2,4329 \times 10^{18}$	≈ 51 ans
30	$2,6525 \times 10^{32}$	$\approx 6 \times 10^{15}$ ans
100	$9,33262 \times 10^{157}$	$\approx 2 \times 10^{141}$ ans

Algorithmes

Plan du cours

1 Fondements scientifiques

2 Algorithmes

Algorithmes

Problèmes complexes

- ▶ **Abstraction** : organiser le problème à traiter, ne conserver que les éléments importants
- ▶ **Décomposition** : séparer le problème en sous-problèmes plus simples
- ▶ **Résolution** : résoudre les sous-problèmes et “recoller” leurs solutions, avec des **algorithmes**



abstraction



décomposition
et
résolution

Algorithmes Mais...

C'est quoi un algorithme ?

Algorithmes

Classer les restaurants

AM par Alexandre Mazzia

4,7 ★★★★★ (170)

Restaurant - 9 Rue François Rocca
Cuisine créative & cadre minimaliste
Ferme à 14:00



Le Toigou

4,8 ★★★★★ (135)

Thaï - 68 Avenue de Mazargues
Ferme à 14:30



O'Bidul

4,7 ★★★★★ (149)

Française - 79 Rue de la Palud
Cuisine de saison & bureaux d'écoliers
Ferme à 14:00



La Manne

4,5 ★★★★★ (154)

Française - 18 Boulevard de la Liberté
Cuisine créative & cadre chaleureux
Ferme à 14:30



Le Corto - Restaurant Marseille

4,6 ★★★★★ (132)

Restaurant - 24 Place Notre Dame du Mont
Cuisine traditionnelle & tapas
Ouvre à 19:30



La Poule Noire

4,5 ★★★★★ (134)

Restaurant - 61 Rue Sainte
Bistronomie & terrasse intérieure
Ferme à 14:00



Chez Ida Restaurant Karaoke - Cours Julien

4,6 ★★★★★ (129)

Restaurant karaoke - 7 Rue Ferdinand Rey
Cuisine maison & animations en soirée
Ferme à 14:00



La Table du Fort Restaurant Marseille Vieux Port

4,4 ★★★★★ (115)

Française - 8 Rue Fort Notre Dame
Table méridionale au cadre contemporain
Ouvre à 19:00



Aux Antipodes

4,8 ★★★★★ (186)

Restaurant - 26 Rue Sainte
Réouverture à 20:00



Algorithmes

Classer les restaurants

Abstraction

AM par Alexandre Mazzia

4,7 ★★★★★ (170)
Restaurant - 9 Rue François Rocca
Cuisine créative & cadre minimaliste
Ferme à 14:00



Le Toigou

4,8 ★★★★★ (135)
Thaï - 68 Avenue de Mazargues
Ferme à 14:30



O'Bidul

4,7 ★★★★★ (149)
Française - 79 Rue de la Palud
Cuisine de saison & bureaux d'écoliers
Ferme à 14:00



La Manne

4,5 ★★★★★ (154)
Française - 18 Boulevard de la Liberté
Cuisine créative & cadre chaleureux
Ferme à 14:30



Le Corto - Restaurant Marseille

4,6 ★★★★★ (132)
Restaurant - 24 Place Notre Dame du Mont
Cuisine traditionnelle & tapas
Ouvre à 19:30



La Poule Noire

4,5 ★★★★★ (134)
Restaurant - 61 Rue Sainte
Bistronomie & terrasse intérieure
Ferme à 14:00



Chez Ida Restaurant Karaké - Cours Julien

4,6 ★★★★★ (129)
Restaurant karaké - 7 Rue Ferdinand Rey
Cuisine maison & animations en soirée
Ferme à 14:00



La Table du Fort Restaurant Marseille Vieux Port

4,4 ★★★★★ (115)
Française - 8 Rue Fort Notre Dame
Table méridionale au cadre contemporain
Ouvre à 19:00



Aux Antipodes

4,8 ★★★★★ (186)
Restaurant - 26 Rue Sainte
Réouverture à 20:00


$$\begin{pmatrix} AM : 4,7 \\ T : 4,8 \\ OB : 4,7 \\ M : 4,5 \\ C : 4,6 \\ PN : 4,5 \\ CI : 4,6 \\ TF : 4,4 \\ A : 4,8 \end{pmatrix}$$

Algorithmes

Classer les restaurants

Abstraction

AM par Alexandre Mazzia

4,7 ★★★★★ (170)
Restaurant - 9 Rue François Rocca
Cuisine créative & cadre minimaliste
Ferme à 14:00



Le Toigou

4,8 ★★★★★ (135)
Thaï - 68 Avenue de Mazargues
Ferme à 14:30



O'Bidul

4,7 ★★★★★ (149)
Française - 79 Rue de la Palud
Cuisine de saison & bureaux d'écoliers
Ferme à 14:00



La Manne

4,5 ★★★★★ (154)
Française - 18 Boulevard de la Liberté
Cuisine créative & cadre chaleureux
Ferme à 14:30



Le Corto - Restaurant Marseille

4,6 ★★★★★ (132)
Restaurant - 24 Place Notre Dame du Mont
Cuisine traditionnelle & tapas
Ouvre à 19:30



La Poule Noire

4,5 ★★★★★ (134)
Restaurant - 61 Rue Sainte
Bistronomie & terrasse intérieure
Ferme à 14:00



Chez Ida Restaurant Karaoké - Cours Julien

4,6 ★★★★★ (129)
Restaurant karaoké - 7 Rue Ferdinand Rey
Cuisine maison & animations en soirée
Ferme à 14:00



La Table du Fort Restaurant Marseille Vieux Port

4,4 ★★★★★ (115)
Française - 8 Rue Fort Notre Dame
Table méridionale au cadre contemporain
Ouvre à 19:00



Aux Antipodes

4,8 ★★★★★ (186)
Restaurant - 26 Rue Sainte
Réouverture à 20:00


$$\begin{pmatrix} AM : 4,7 \\ T : 4,8 \\ OB : 4,7 \\ M : 4,5 \\ C : 4,6 \\ PN : 4,5 \\ CI : 4,6 \\ TF : 4,4 \\ A : 4,8 \end{pmatrix}$$

Tri décroissant des
éléments d'un tableau

Algorithme

Algorithmes

Classer les restaurants

Aux Antipodes

4,8 ★★★★★ (186)
Restaurant - 26 Rue Sainte
Réouverture à 20:00



Le Toigou

4,8 ★★★★★ (135)
Thaï - 68 Avenue de Mazargues
Ferme à 14:30



AM par Alexandre Mazzia

4,7 ★★★★★ (170)
Restaurant - 9 Rue François Rocca
Cuisine créative & cadre minimaliste
Ferme à 14:00



O'Bidul

4,7 ★★★★★ (149)
Française - 79 Rue de la Palud
Cuisine de saison & bureaux d'écoliers
Ferme à 14:00



Chez Ida Restaurant Karaoke - Cours Julien

4,6 ★★★★★ (129)
Restaurant karaoke - 7 Rue Ferdinand Rey
Cuisine maison & animations en soirée
Ferme à 14:00



Le Corto - Restaurant Marseille

4,6 ★★★★★ (132)
Restaurant - 24 Place Notre Dame du Mont
Cuisine traditionnelle & tapas
Ouvre à 19:30



La Manne

4,5 ★★★★★ (154)
Française - 18 Boulevard de la Liberté
Cuisine créative & cadre chaleureux
Ferme à 14:30



La Poule Noire

4,5 ★★★★★ (134)
Restaurant - 61 Rue Sainte
Bistronomie & terrasse intérieure
Ferme à 14:00



La Table du Fort Restaurant Marseille Vieux Port

4,4 ★★★★★ (115)
Française - 8 Rue Fort Notre Dame
Table méridionale au cadre contemporain
Ouvre à 19:00



Abstraction

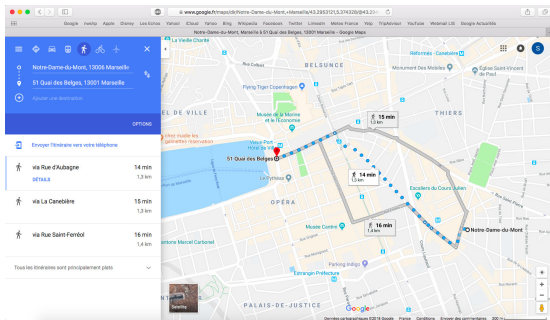
Visualisation

$$\left(\begin{array}{l} AM : 4,7 \\ T : 4,8 \\ OB : 4,7 \\ M : 4,5 \\ C : 4,6 \\ PN : 4,5 \\ CI : 4,6 \\ TF : 4,4 \\ A : 4,8 \end{array} \right)$$

Tri décroissant des
éléments d'un tableau

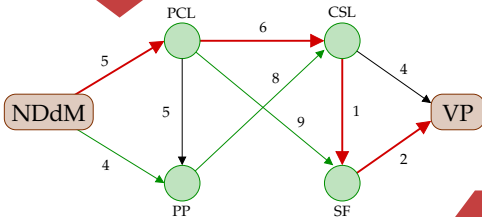
Algorithme

Trajet "Notre-Dame-du-Mont – Vieux-Port"



Abstraction

Visualisation



Plus court chemin entre 2 sommets d'un graphe

Algorithme

Algorithmes

Algorithmes

Origine du mot ?

Algorithmes

Algorithmes



al-Khuwârizmî

Un **algorithme** est la description **non ambiguë** d'une séquence **finie** d'instructions permettant de résoudre un problème

Propriétés :

- ▶ **Finitude** : termine en temps fini
- ▶ **Définition précise**
- ▶ **Entrées** : données
- ▶ **Sorties** : résultat
- ▶ **Rendement** : utilise des opérations basiques

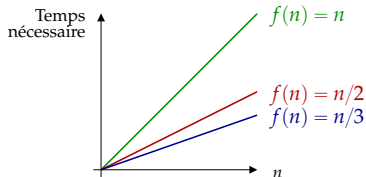
D. Knuth



Combien sommes-nous ?

Bien sûr, plusieurs solutions :

- ▶ Comptage un par un
- ▶ Comptage deux par deux
- ▶ Comptage trois par trois
- ▶ ...

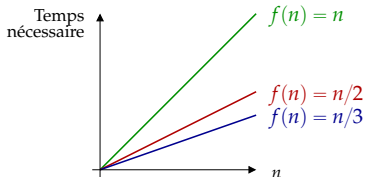


Combien sommes-nous ?

Bien sûr, plusieurs solutions :

- ▶ Comptage un par un
- ▶ Comptage deux par deux
- ▶ Comptage trois par trois
- ▶ ...
- ▶ Par approximation :

nombre de rangées \times nombre moyen d'étudiants par rangées + 1



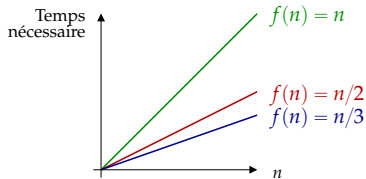
Combien sommes-nous ?

Bien sûr, plusieurs solutions :

- ▶ Comptage un par un
- ▶ Comptage deux par deux
- ▶ Comptage trois par trois
- ▶ ...
- ▶ Par approximation :

nombre de rangées \times nombre moyen d'étudiants par rangées + 1

- ▶ On distribue le comptage



Des idées ?

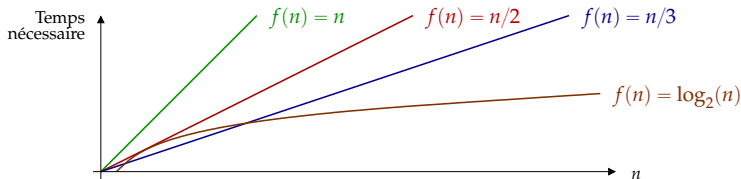
Combien sommes-nous ?

Entrée : des étudiants debout dans un amphithéâtre

Procédure itérative :

- Chaque étudiant a en tête le nombre 1
- Tant qu'il reste au moins deux étudiants debout :
 - chaque étudiant encore debout cherche du regard un autre étudiant debout
 - les deux étudiants s'échangent le nombre qu'ils ont en tête (indépendamment des autres étudiants)
 - l'un des deux étudiants s'assoit ; l'autre additionne les deux nombres qu'il mémorise

Sortie : le dernier étudiant debout crie le nombre qu'il a en tête



Comment décrire un algorithme ?

- ▶ En langue naturelle : *pseudo-code*...

1. `nb := 7;`
2. `i := 0;`
3. **Tant que** `i < 10` **faire**
4. `écrire(i + 1, "*", nb, "=", (i + 1) × nb);`
5. `i := i + 1;`
6. **Fin faire**

- ▶ Dans un langage de programmation : *Python*...

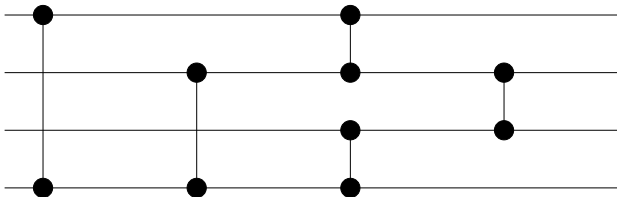
```
1 nb = 7
2 i = 0
3
4 while i < 10:
5     print(i + 1, "*", nb, "=", (i + 1) * nb)
6     i += 1
```

Comment décrire un algorithme ?

- Dans un langage graphique : *Scratch*...



- Dans un langage avec des "fils" : *réseaux de tri*...



Algorithmes Réseaux de tri

des fils

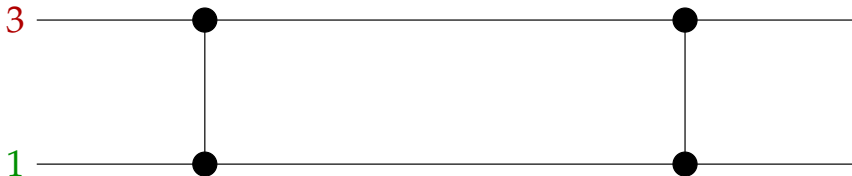


les valeurs glissent de
la gauche vers la droite

des comparateurs



la valeur la plus grande "tombe"
la valeur la plus petite "monte"



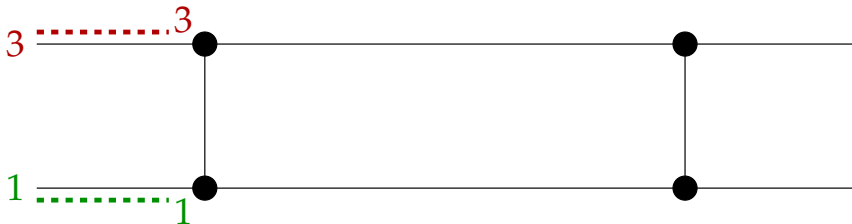
Algorithmes Réseaux de tri

des fils

les valeurs glissent de
la gauche vers la droite

des comparateurs

la valeur la plus grande "tombe"
la valeur la plus petite "monte"



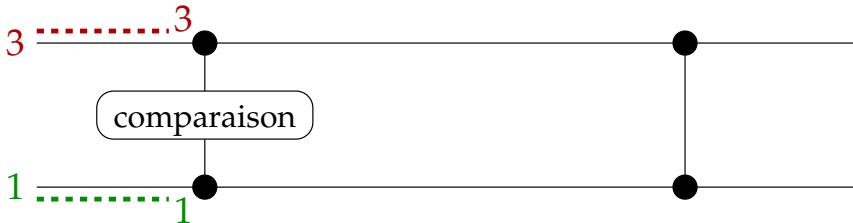
Algorithmes Réseaux de tri

des fils

les valeurs glissent de
la gauche vers la droite

des comparateurs

la valeur la plus grande "tombe"
la valeur la plus petite "monte"



Algorithmes

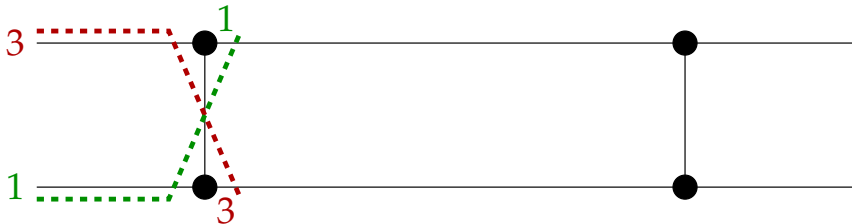
Réseaux de tri

des fils

les valeurs glissent de
la gauche vers la droite

des comparateurs

la valeur la plus grande "tombe"
la valeur la plus petite "monte"



Algorithmes

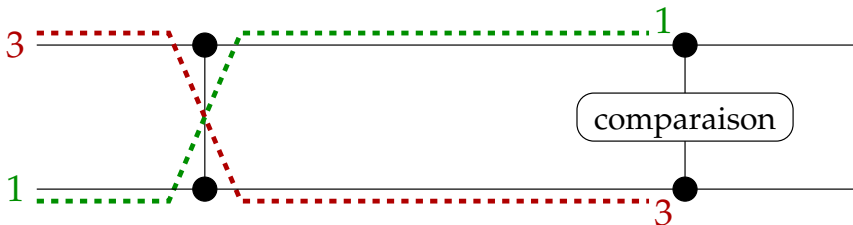
Réseaux de tri

des fils

les valeurs glissent de
la gauche vers la droite

des comparateurs

la valeur la plus grande "tombe"
la valeur la plus petite "monte"



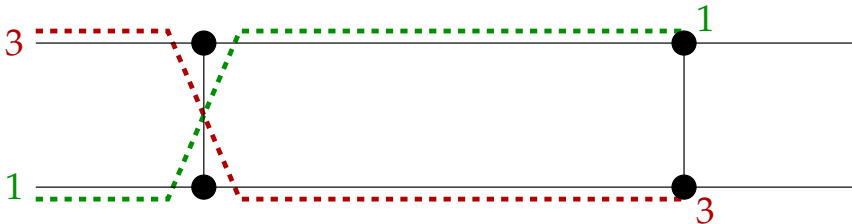
Algorithmes Réseaux de tri

des fils

les valeurs glissent de
la gauche vers la droite

des comparateurs

la valeur la plus grande "tombe"
la valeur la plus petite "monte"



Algorithmes

Réseaux de tri

des fils

les valeurs glissent de
la gauche vers la droite

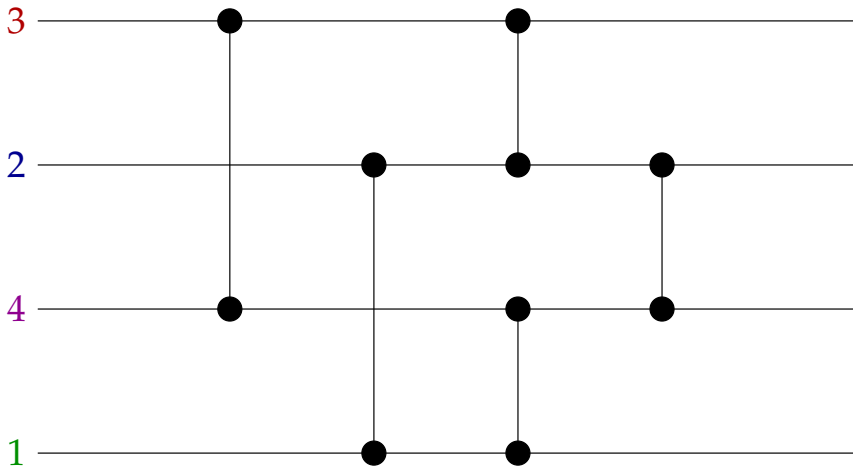
des comparateurs

la valeur la plus grande "tombe"
la valeur la plus petite "monte"



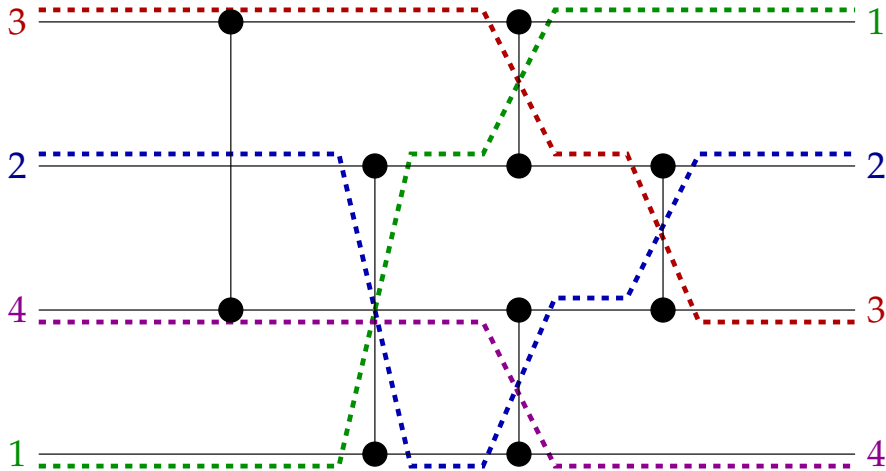
Algorithmes

Exécuter un réseau



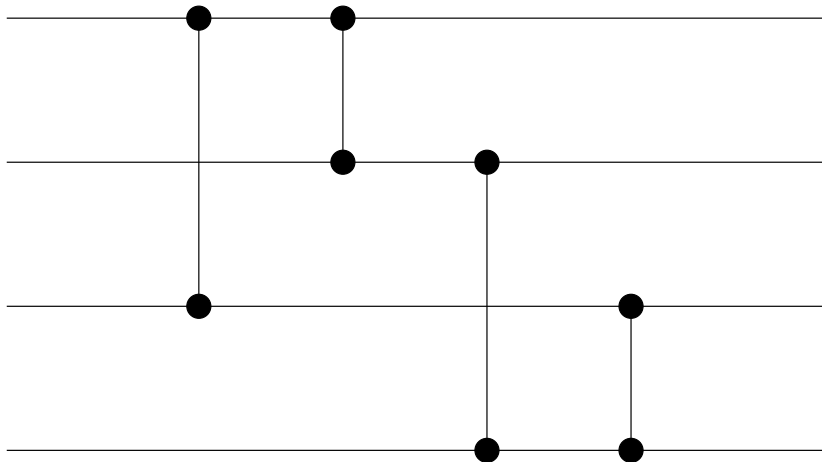
Algorithmes

Exécuter un réseau



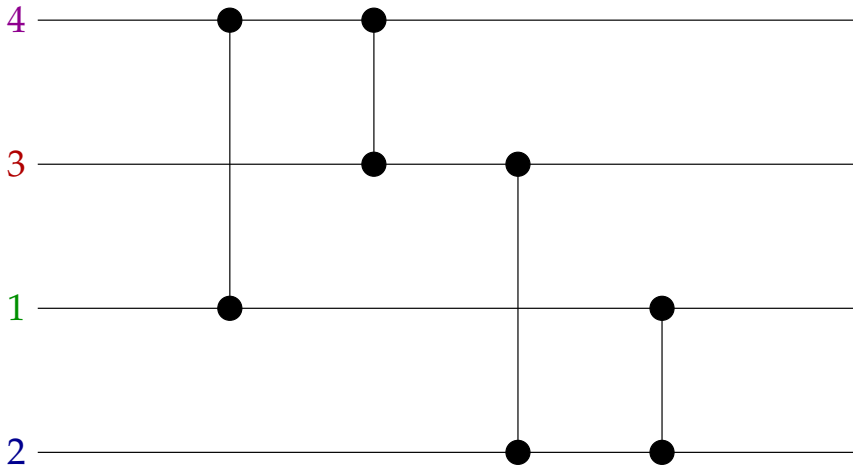
Algorithmes

Que dire de...



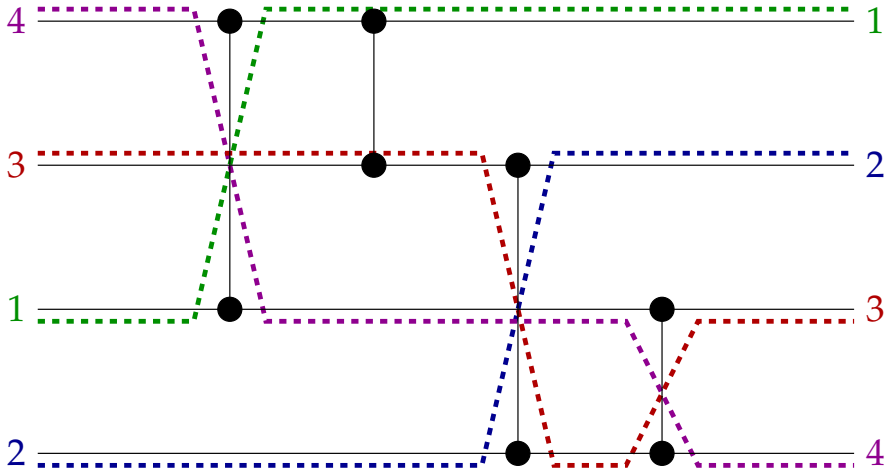
Algorithmes

Que dire de...



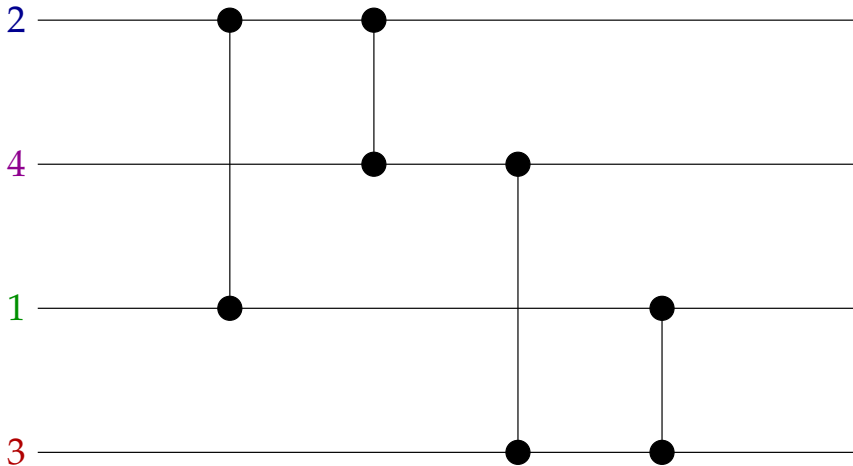
Algorithmes

Que dire de...



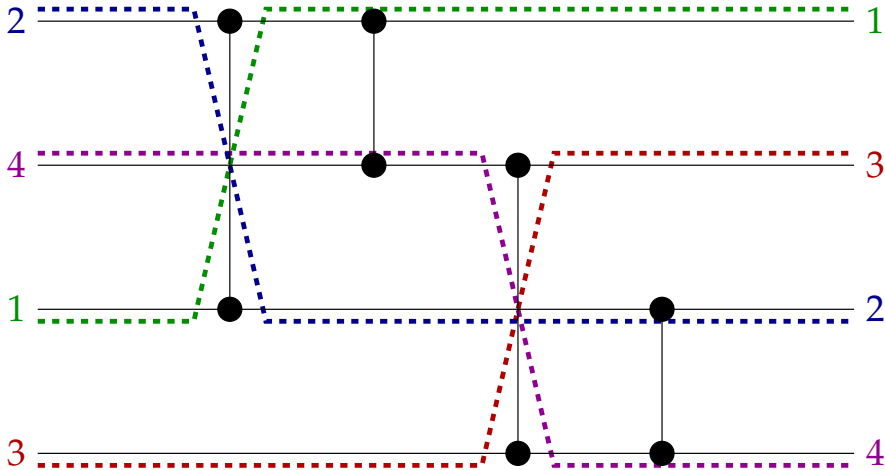
Algorithmes

Que dire de...



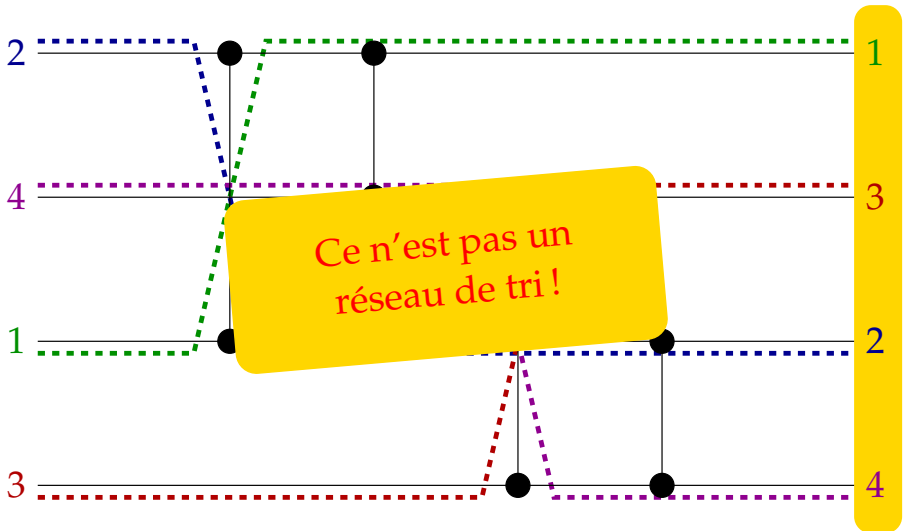
Algorithmes

Que dire de...



Algorithmes

Que dire de...

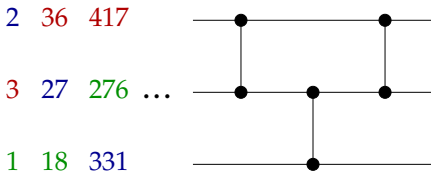


Algorithmes

Correction d'un algorithme

Comment vérifier qu'un réseau de tri avec n entrées est "correct" ?

- ▶ **Le test** : vérification de la correction pour toutes les entrées possibles (ici, tous les entiers naturels)
→ Impossible à mettre en œuvre

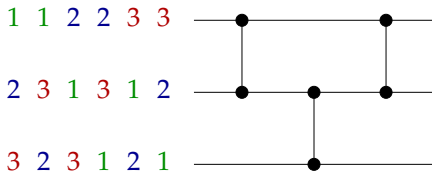


Algorithmes

Correction d'un algorithme

Comment vérifier qu'un réseau de tri avec n entrées est "correct" ?

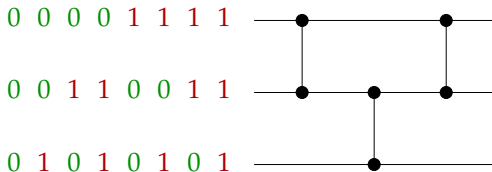
- ▶ **Le test** : vérification de la correction pour toutes les entrées possibles (ici, tous les entiers naturels)
→ Impossible à mettre en œuvre !
- ▶ **L'abstraction** : peu importent les valeurs, seul l'ordre entre elles compte
→ Tester le réseau avec toutes les permutations des valeurs de $\{1, \dots, n\}$



Correction d'un algorithme

Comment vérifier qu'un réseau de tri avec n entrées est "correct" ?

- ▶ **L'abstraction** : peu importent les valeurs, seul l'ordre entre elles compte
 → Tester le réseau avec toutes les permutations des valeurs de $\{1, \dots, n\}$
- ▶ **Théorème du 01** : si le réseau est correct avec des entrées 0 et 1, alors il est correct pour toute entrée



Algorithmes

Correction d'un algorithme

Comment vérifier qu'un réseau de tri avec n entrées est "correct" ?

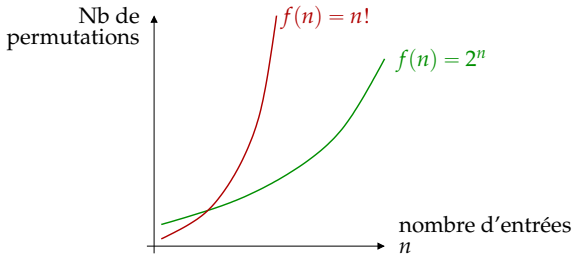
- ▶ **Théorème du 01** : si le réseau est correct avec des entrées 0 et 1, alors il est correct pour toute entrée
- ▶ *Exercice* : étant donné un réseau à n entrées,
 - ▶ combien de permutations possibles avec **des valeurs distinctes $1, 2, \dots, n$** ?
 - ▶ combien de permutations possibles avec **des 0 et 1** ?

Algorithmes

Correction d'un algorithme

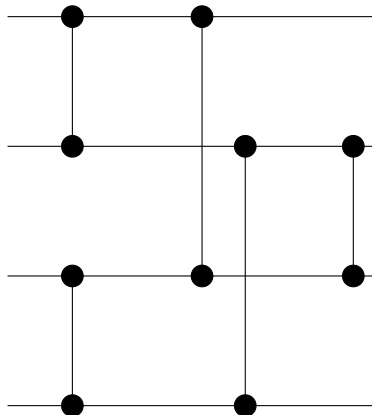
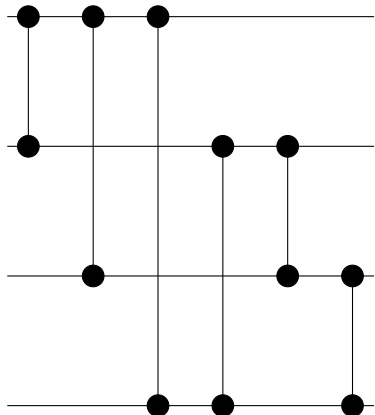
Comment vérifier qu'un réseau de tri avec n entrées est "correct" ?

- ▶ **Théorème du 01** : si le réseau est correct avec des entrées 0 et 1, alors il est correct pour toute entrée
- ▶ *Exercice* : étant donné un réseau à n entrées,
 - ▶ combien de permutations possibles avec **des valeurs distinctes 1, 2, ..., n** ?
 - ▶ combien de permutations possibles avec **des 0 et 1** ?



Algorithmes

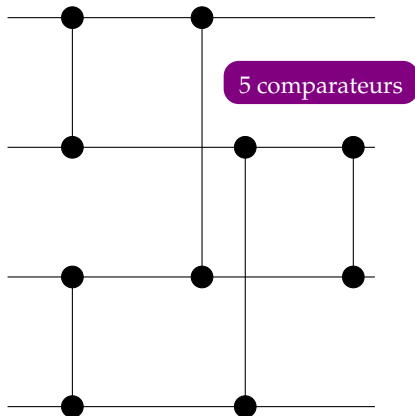
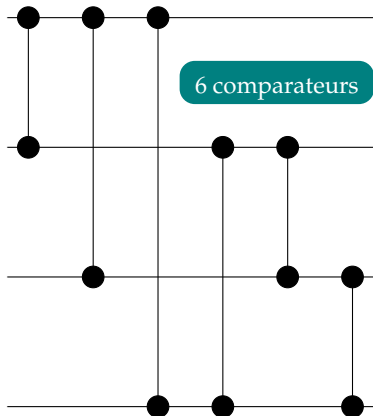
Efficacité d'un algorithme



Ces deux réseaux de tri sont corrects
mais lequel préféreriez-vous utiliser ?

Algorithmes

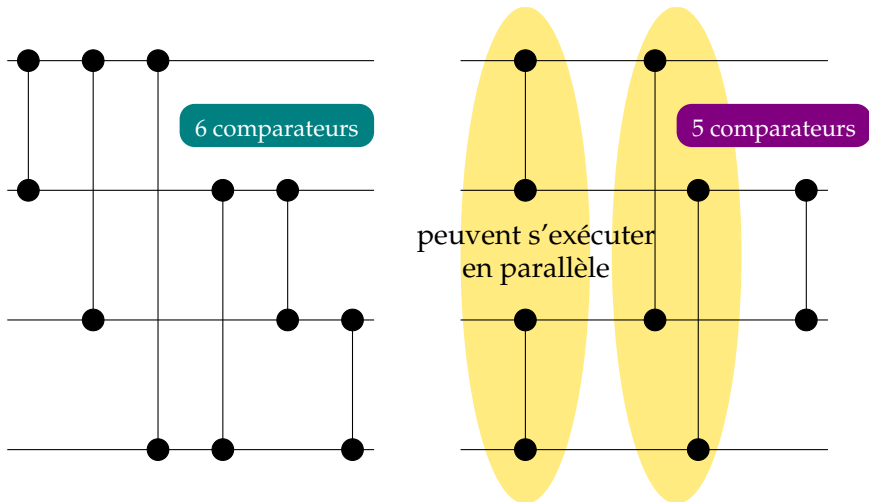
Efficacité d'un algorithme



Ces deux réseaux de tri sont corrects
mais lequel préféreriez-vous utiliser ?

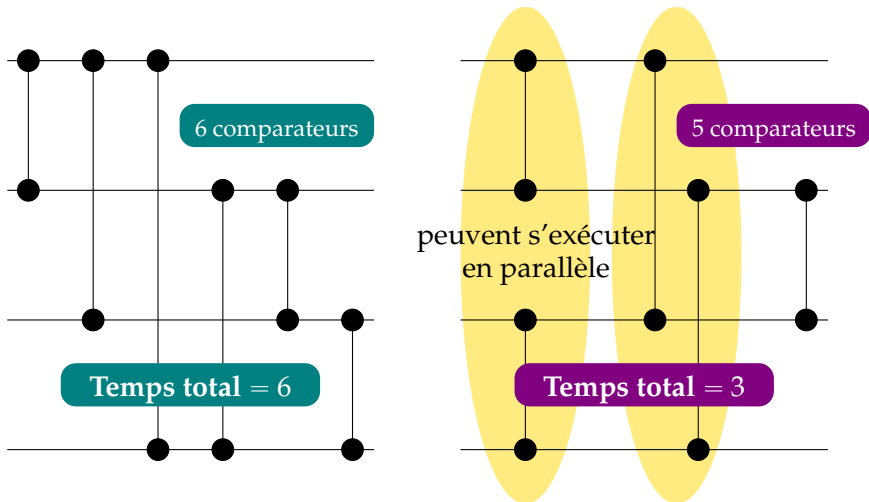
Algorithmes

Efficacité d'un algorithme



Ces deux réseaux de tri sont corrects
mais lequel préféreriez-vous utiliser ?

Efficacité d'un algorithme



Ces deux réseaux de tri sont corrects
mais lequel préféreriez-vous utiliser ?

Algorithmes

Résumé

Quand un problème est posé :

- ▶ On cherche **un algorithme** qui le résout
- ▶ On le décrit **précisément** et **de manière non ambiguë**
- ▶ On prouve qu'il est **correct**
- ▶ On vérifie qu'il est **efficace** (idéalement, on choisit l'optimal)
- ▶ On le met en œuvre
- ▶ On le teste