
TD 04 – Classes P et EXP

Exercice 1.

Temps déterministe

Rappel des définitions :

$$P = \bigcup_{k \in \mathbb{N}} \text{DTIME}(n^k),$$

$$\text{EXP} = \bigcup_{k \in \mathbb{N}} \text{DTIME}(2^{n^k}).$$

1. Au précédent TD nous avons donné une machine M_{pal} pour le problème du **Palindrome** qui fonctionne en temps $n^3 + 2$ sur l'alphabet $\Gamma = \{a, b, k, y, B\}$. Expliquer quelle est l'idée du théorème d'accélération linéaire pour résoudre en temps $(1 + \frac{1}{1000})n + \frac{1}{1000}(n^3 + 2)$ le problème du **Palindrome**.
2. Donner deux classes de complexité en temps déterministe qui sont séparées par le théorème de hiérarchie.
3. Montrer que le problème suivant est dans P.

Accessibilitéentrée : un graphe orienté G et deux sommets s et t question : existe-t-il un chemin de s à t dans G ?

4. Montrer que le problème **2-SAT** est dans la classe P.
5. Montrer que le problème $L_{2SAT+} = L_{2SAT} \cup \{a01bb, t11wu\}$ est dans P, sans utiliser le lemme de clôture de P par changements finis (on supposera que $0, 1, a, b, t, w, u \in \Sigma$). C'est-à-dire, donner un algorithme polynomial pour ce problème (a priori on devrait utiliser le même argument que pour la preuve générale, mais sur un exemple).

Exercice 2.

Temps non-déterministe

1. Montrer que le problème **Clique** est dans la classe EXP.
2. Montrer que le problème suivant est dans la classe EXP.

Set packingentrée : une famille $\{S_j\}_{j \in \{1, \dots, m\}}$ d'ensembles tels que $S_j \subseteq \{1, \dots, n\}$ pour tout $j \in \{1, \dots, m\}$, et un entier $\ell \in \mathbb{N}$ question : $\{S_j\}$ contient-il ℓ ensembles mutuellement disjoints?

3. Montrer que le problème suivant est dans EXP.

Node coverentrée : un graphe $G = (V, E)$ et un entier ℓ question : existe-t-il un sous ensemble $V' \subseteq V$ tel que $|V'| \leq \ell$ et toute arête de E a l'une de ses extrémités dans V' ?

4. Montrer que le problème suivant est dans EXP.

Directed Hamiltonian circuitentrée : un graphe orienté $G = (V, A)$ question : existe-t-il un circuit dans G qui inclue chaque sommet exactement une fois?